细说尖端放电

 尖端放电，顾名思义，带电导体的尖端容易放电，接触过高中物理的人都对这种现象有一定的认识，但大多也只是停留在非常笼统一知半解的状态，导体上的电荷为什么容易集中在尖端？表面电荷与附近场强有什么关系？强电场是如何击穿气体的？这些问题不是简简单单三言两语能够解释清楚的，要想对此有个系统性的深入的理解，我们还需要首先了解一点静电学的基础知识。

 假设空间中某处固定着一个带电物体，这个带电物体可以看作点电荷，把一个测试电荷（重量很轻，可忽略重力影响）从无穷远处移动到离带电物体一定距离的地方，因为带电物体与测试电荷之间有静电力的作用，所以我们在移动测试电荷的过程中必然要做功，做功就要消耗能量，比如消耗我们人体的能量或者电能等。根据能量守恒定律，通过外力所消耗的能量便转化成了带电物体与测试电荷组成的系统的能量，若外力做正功，系统能量增加，外力做负功，系统能量减小。

上述外力做功的大小与路径无关，为了证明这一点，我们可以以带电物体为球心，想象出无穷多的半径不同但球面间隔距离很短的球面，这些球面把测试电荷的路径切割成无穷多小段（这些小段足够短以至于可以把测试电荷在这段位移中的受到的静电力看作常量，位移看作直线），为了计算方便，我们假设作功过程中外力与静电力始终大小相等，方向相反。带电物体与测试电荷之间的力总是沿着两者连线的方向，同时做功的大小等于力与位移在力方向的分量的乘积，而在相邻的不同球面之间，这两者始终相等，所以，球面之间外力做功也相等。这样，如果测试电荷的初始位置与终点位置相同，即使沿着不同路径，由相邻球面之间的小段累积起来的整条路经上做的功必然也相等。

同重力势能类似，当我们克服物体重力将物体移动到不同高度时，重力势能会变化，同样，当我们克服静电力将测试电荷移动到距带电物体不同距离时，系统能量也发生变化，我们称由带电物体和测试电荷构成的系统的能量为电势能。一般取测试电荷在无穷远处的系统能量为电势能的零点，此时电势能的大小只与测试电荷和带电物体之间的位置有关。并且，倘若测试电荷与带电物体的之间的位置确定了之后，电势能与测试电荷电荷量的比值也就确定了，这是因为做功过程中外力与静电力始终大小相等，而静电力始终正比于测试电荷电荷量，所以外力做的功也正比于测试电荷电荷量，倘若取测试电荷的初始位置（一般为无穷远处）为势能零点，则外力所做的功便等于系统电势能，因而电势能与测试电荷电荷量的比值为一与测试电荷无关的确定数值，此一数值只与相对于带电物体的位置有关，我们把这个数值称为带电物体在此位置上的电势。既然电势是一个与测试电荷无关的量，我们可以直接把电场从势能零点到选定点的路径积分的相反数作为该位置的电势，之所以取相反数，是因为外力与电场力大小相等方向相反。具有相同电势的位置连起来为等势线或者等势面，不同位置上的电势之差称为电势差，电势差也就是我们通常所说的电压。电势差的大小在数值上等于移动单位正电荷外力所做的功，也即在此过程中所转化的能量。

在等势线上移动电荷时作功为零，因为这种移动操作并没有让电荷系统能量发生变化。等势线必然与电场线垂直，因为如果不垂直的话，电场线在等势线的方向上存在分量，这意味着沿着等势线方向移动电荷时存在非零的电场力，外力必须克服电场力才能对电荷作功，系统能量必然发生变化。

为了解释尖端放电问题，还需要引入高斯定律。假设在一条河中，把水流在单位时间内通过某一面积的体积称为通量，其数值为水的流速在垂直于该面的分量和该面面积的乘积，同样，我们也把电场强度垂直于某一平面的分量和该面面积的乘积定义为电场通过此面的通量。根据库仑定律，我们知道，对于空间一个孤立点电荷，其周围电场方向是沿着径向的，大小为，为真空介电常数，取一个以该点电荷为球心的球面，电场通过整个球面的通量为场强乘以球面积。由于电场强度反比于r2，球面积正比于r2，电场通过球面的通量是一个与半径r无关的数值。可以证明，通过包围点电荷的任意封闭曲面与通过球面的电场通量相等。我们在包围点电荷的球面之外作一包围此球面的任一封闭曲面，把点电荷看成是一个以恒定速率持续向周围发射粒子的粒子源，单位时间内通过球面的粒子数量等于同样时间内通过外面封闭曲面的粒子数（否则粒子会在两个封闭面之间累积），所以通过两个面的通量也一定相等，其数值等于单位时间内粒子源所发射的粒子数量。因此，通过包围点电荷的任意封闭曲面的电场通量相等，皆为。根据电场的叠加原理，任何一点的电场都是源电荷在该点处产生的电场之和，那么，当封闭曲面内存在不同的源电荷时，这些源电荷的总电场通过该曲面的通量等于它们单独存在时其电场通过该曲面的通量之和，也即等于它们的电荷量之和（正电荷和负电荷的代数和，因正电荷电场向外，负电荷电场向内）除以，由此我们便得到了高斯定理：

作为麦克斯韦方程组的四个方程之一，高斯定理与库仑定律是等价的，在一些具有一定对称性的静电学问题上，用高斯定理分析起来会很方便。

好了，介绍完了静电学基础知识，下面我们可以开始分析具体问题了。对于一个携带电荷的孤立导体，在其处于静电平衡状态时，电荷在导体上是怎样分布的呢？首先可以确定的是，净电荷一定全都分布在导体表面上，我们用反证法证明这一点，假设导体内部存在某一净电荷，在导体内作一包围该电荷的封闭曲面，因为曲面内有净电荷，由高斯定理可知通过该曲面的电场通量不为零，这意味着在该曲面上至少有某些地方的电场强度不为零，从而导体上的自由净电荷在非零电场中会发生定向移动，这与静电平衡的条件矛盾，所以净电荷只能分布在导体表面上。因为平衡时导体上自由电荷不再定向移动，导体表面的电场只能与导体表面垂直，导体内部电场处处为零，整个导体的电势处处相等。

电荷在孤立（只所以强调孤立，是为了排除其他外界影响）导体表面上又是如何分布的呢？一般来说有以下定性规律，导体上越是尖锐的曲率大的地方，表面电荷面密度越大，越是平坦的曲率小的地方，表面电荷面密度越小。为了方便证明这一点，我们假设一个极端的例子，两个半径不同的球形导体，中间用一根细导线相连，导体上携带有电荷，细导线使两个球在平衡时电势相等，假设两个球相距很远，每个球上电荷产生的电场对另一个球忽略不计，这样对于每一个球来说，可近似看成孤立导体，电荷均匀分布在球面上。以小球为研究对象，令小球半径为，作以球心为中心包围整个小球的球面，运用高斯定理:

用表示球体表面电荷面密度，得到导体外电场为：

球体外电场相当于整个球面上的电荷集中于球心位置处产生的。因为球形导体的对称性，导体外产生的电场沿径向方位，以无穷远处为势能零点，求得球面上某一点的电势为：

可见，在两个球体电势相等的情况下，表面电荷面密度与半径成反比。由球体的半径可以引申出一般导体的曲率半径，得出我们的结论，孤立导体上越尖锐的地方表面电荷面密度越大，越平坦的地方表面电荷面密度越小。但这么说也并非绝对，比如导体上某一个凸处的临近周围都是其他的凸处的时候，受周围其他凸处的影响，该凸处的表面电荷面密度会更小。导体表面电荷的分布是很复杂的，跟导体的形状，周围情况都有关系，一般来说，孤立导体表面电荷面密度跟曲率并不存在单一的函数关系，不过对于很多情况下的孤立导体（或者并非孤立的导体也同样适用）来说，曲率大的地方，电荷面密度更大的结论是适用的。

导体表面电荷面密度越大，附近的电场强度也越大，我们在前面讨论球形导体的时候实质上已经定量的指出了两者关系，只要令孤立球形导体外电场的表达式中的，即可得到球形导体表面附近的电场。那么，在其他孤立非球形导体的情况下，是否也有同样的关系式呢？答案是肯定的。在导体表面上作一侧面垂直于导体表面的微小闭合圆柱面，其上表面在导体外，下表面在导体内，因为圆柱面足够小，可以把其截取的导体表面电荷面密度和附近电场强度E均看作常数，在静电平衡状态下，导体内电场强度为零，导体表面附近电场与表面垂直，因而对于整个圆柱面来说，只有上表面有电场穿过，运用高斯定理，穿过圆柱面的电场通量与包围的电荷量的关系为：

由此我们得到了任意形状的孤立导体在静电平衡状态下表面电荷面密度与附近电场的关系：。在带电导体表面的尖锐凸起处，电荷面密度会很大，其附近电场强度也会很大，当电场强度超过空气的介电强度时，空气会被击穿，导电性大大增强，电荷开始从导体转移到空气中，发生尖端放电。

那么，空气是如何被击穿的呢？在我们的大气环境中存在着一些因自然事件（比如紫外线，宇宙射线粒子撞击）而产生的正离子和自由电子。在强电场作用下，这些携带相反电荷的粒子会向着相反的方向加速运动，因为电子具有更高的荷质比，所以相比于正离子，电子会被加速到具有更高的速度，这些具有很高动能的电子撞击其他中性原子使它们电离，产生新的自由电子和正离子，新的自由电子被加速后又会撞击中性原子产生更多新的自由电子和正离子，从而发生链式反应，大量空气分子被电离而变成导电离子，空气由绝缘体变成导体。同时在这个过程中部分自由电子会和正离子复合，或者被撞击的中性原子并没有被电离只不过处于高能级状态，此时的电子回到低能级状态能够发射光子，这就是我们在尖端放电中看到的发光现象。与导体尖端异号的离子被尖端吸引向着尖端运动，与尖端同号的离子被尖端排斥向相反的方向运动，形成“电风”，这时如果放一根点燃的蜡烛在尖端附近，会看到蜡烛火焰被吹向一边。

尖端放电现象有很多应用，试举两例，其一是很多人都知道的避雷针，在建筑物的上方放置一尖锐导体并且与大地相连，这样由云层感应出的电荷会集中在尖锐导体上，通过尖锐导体与云层之间的放电，让电荷持续不断的输入到大地中，这样可以避免电荷在建筑物上累积而被雷击。尖端放电还可以用于静电除尘，在尖端强电场处被电离出的自由电子在定向移动的过程中与粉尘碰撞结合，使粉尘带电，从而在电场作用下定向移动到某一极板上，常被燃煤电厂用来收集煤灰。

尖端放电现象看起来简单，但要想真正理解透彻的话还是需要一些静电学基础知识，所以在文章前面花了很大篇幅介绍这些知识，之所以“细说”，目的就是想让读者不但知其然还能知其所以然，由感性认识上升到理性认识，由定性认识上升到定量认识，透过一个小问题，体会到其背后蕴含着的丰富广博的物理学知识。

参考资料：

1 E.M.栢赛尔(Edward M.Purcell)，D.J.莫林(David J.Morin)著，南开大学 宋峰等译 伯克利物理学教程电磁学

2赵凯华 陈熙谋 新概念物理学教程电磁学

3李松山 简明物理学教程

4韩素红 关于孤立导体表面电荷分布的讨论 大同职业技术学院学报

5https://en.m.wikipedia.org/wiki/Corona\_discharge#Applications\_of\_corona\_discharge

6https://zh.coursera.org/lecture/dianci/3-13dao-ti-jing-dian-ping-heng-xia-dao-ti-xing-zhi-rC8W3